

文章编号 1004-924X(2003) 05-0531-06

输入图像尺寸和伸缩因子 对二维 Morlet 子波变换的影响

施伟华¹, 宋义章², 陈鹤鸣¹

(1. 南京邮电学院 光信息技术系, 江苏 南京 210003;
2. 北京信威公司 深圳研究所, 广东 深圳 518067)

摘要: 简述了二维光学子波变换理论, 用计算机模拟方法研究了伸缩因子对子波变换的影响, 发现伸缩因子过大会使变换后的图像的边缘变模糊。得出了合适的伸缩因子值, 用计算机模拟和光学实现方法研究了输入图像尺寸对子波变换的影响, 实验结果与计算机模拟相一致, 认为合适的输入图像尺寸应保证输入图像的频谱范围与子波匹配滤波器的频谱范围相一致, 才能使二维 Morlet 子波变换提取清晰的图像边缘特征。

关键词: Morlet 子波变换; 子波匹配滤波器; 输入图像尺寸; 伸缩因子
中图分类号: TP391.41 文献标识码: A

Effect of input image size and elastic factor on 2D Morlet wavelet transform

SHI Wei-hua, SONG Yi-zhang, CHEN He-ming

(*Department of Optical Information Technology, Nanjing University
of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China*)

Abstract: For a given size of 2D Morlet wavelet matched filter, both input image size and elastic factor have significant effect on experimental results. The study of the effect of elastic factor on wavelet transform through computer simulation shows that an excessively large elastic factor blurs the edge of transformed image, and the study of the effect of input image size on wavelet transform through computer simulation and optical means shows that experimental results are in agreement with results of computer simulation, and 2D Morlet wavelet transform can extract clear image edge features only when a suitable input image size is chosen to ensure that the frequency spectrum of input image is in agreement with the frequency spectrum of wavelet matched filter.

Key words: Morlet wavelet transform; Morlet wavelet matched filter; input image size; elastic factor

收稿日期: 2003-04-09; 修订日期: 2003-07-25.

基金项目: 信息产业部中青年教师自然科学基金资助项目(No. 98 部中 1)

1 引言

子波分析是一种新的数学方法,它既保留了傅里叶分析的优点,又弥补了傅里叶分析的不足,近年来得到了很大的发展^[1-3]。用傅里叶变换来分析瞬时信号通常会带来高频噪声,而子波变换通过对基本母子波函数的不同尺度的平移和伸缩而构成函数,在分析瞬时变化信号时,具有独特的优越性。子波变换作为传统傅里叶变换的发展,在信号处理领域中具有潜在应用前景,已广泛应用于图像处理、语音信号分析、模式识别和数据压缩等领域^[4-8]。由于光学子波变换的并行处理能力和快速、容量大和抗干扰能力强的优点,可以实现实时、快速和并行处理,其应用前景极其广泛,很多科学工作者对其进行了研究^[9-10]。用计算全息制作的子波匹配滤波器和光学 $4f$ 系统实现二维子波变换的方法简便可行^[11-12],具有可制作任意函数形式的子波匹配滤波器实现子波变换的独特优点。二维 Morlet 子波变换具有抽取输入图像边缘轮廓的特性,但是,在实验中发现 Morlet 子波匹配滤波器的大小和输入图像的尺寸是否合适,伸缩因子的数值是否合理,对于实现光学子波变换具有重要意义。在给定子波匹配滤波器的大小的情况下,输入图像的尺寸和伸缩因子的数值的选取受到限制。本文简要阐述二维光学子波变换理论,用计算机模拟分析伸缩因子对 Morlet 子波变换结果的影响,并得出合适的伸缩因子值;然后选用合适的伸缩因子值,讨论子波匹配滤波器大小和输入图像尺寸的关系,给出了计算机模拟结果和实验结果,由这两种结果得出了二维 Morlet 子波变换输入图像与子波滤波器的匹配值。

2 二维 Morlet 子波变换

Morlet 子波函数最早被 Morlet 等应用于分析地球物理信号^[13]。

二维 Morlet 子波母函数表达式为

$$h(x, y) = \exp(2\pi i f_0 \sqrt{x^2 + y^2}) \exp(-\frac{x^2 + y^2}{2}), \quad (1)$$

其傅里叶变换为

$$H(p, q) = 2\pi \exp[-2\pi^2(\sqrt{p^2 + q^2} - f_0)^2], \quad (2)$$

在空域中,二维信号 $f(x, y)$ 的 Morlet 子波变换定义为^[14]:

$$WT(a_x, a_y, b_x, b_y) = \iint f(x, y) h_{a,b}^*(x, y) dx dy, \quad (3)$$

式中 $h_{a,b}(x, y)$ 为二维 Morlet 子波函数,它由二维 Morlet 子波母函数 $h(x, y)$ 通过不同尺度伸缩因子 $a = (a_x, a_y)$ 和平移因子 $b = (b_x, b_y)$ 构成,

$$h_{a,b}(x, y) = \frac{1}{(a_x, a_y)^{1/2}} h\left(\frac{x - b_x}{a_x}, \frac{y - b_y}{a_y}\right), \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)可得:

$$WT(a_x, a_y, b_x, b_y) = \frac{1}{(a_x, a_y)^{1/2}} \iint f(x, y) h^*\left(\frac{x - b_x}{a_x}, \frac{y - b_y}{a_y}\right) dx dy, \quad (5)$$

上式表明,子波变换实质上就是输入信号 $f(x, y)$ 和子波函数 $h_{a,b}(x, y)$ 的卷积运算, $W(a_x, a_y, b_x, b_y)$ 是一个四维函数。

在频域中子波变换可写为:

$$W(a_x, a_y, b_x, b_y) = \iint F(p, q) H^*(a_x p, a_y q) \exp\{j(2\pi b_x p + 2\pi b_y q)\} dp dq, \quad (6)$$

式中 $F(p, q)$, $H^*(a_x p, a_y q)$ 分别是信号 $f(x, y)$ 和二维 Morlet 子波函数 $h_{a,b}(x, y)$ 的傅里叶变换。上式表明,二维 Morlet 子波变换可以通过二维 Morlet 子波匹配滤波器 $H^*(a_x p, a_y q)$ 和光学相关器来实现,因此,只要能制得二维 Morlet 子波匹配滤波器 $H^*(a_x p, a_y q)$,就可用如图 1 的光学 Vander Lugt 相关器实现二维子波变换。

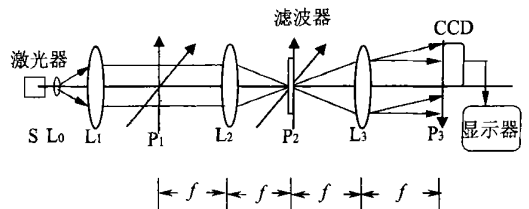


图 1 用子波匹配滤波器实现子波变换光学实验装置
Fig. 1 Optical setup to realize wavelet transform with a wavelength matched filter

3 伸缩因子对子波变换的影响

用计算全息技术制作子波匹配滤波器时, 子波匹配滤波器的大小取决于计算全息的空间带宽积 SW , 输入图像的大小, 绘图仪的分辨率和干版的分辨率。根据计算机运算处理能力, 研究过程中, 选取计算全息的空间带宽积为 $SW = 125 \times 125 = 15\ 625$, 所用的打印输出设备为 HP Laser Jet 4 激光打印机, 它的分辨率为 600 DPI, 计算全息样品的大小为 $180\text{ mm} \times 180\text{ mm}$, 经照相缩微后成为 $1.8\text{ mm} \times 1.8\text{ mm}$ Morlet 子波匹配滤波器, 也就是说 Morlet 子波的空间频谱限制在 $1.8\text{ mm} \times 1.8\text{ mm}$ 的范围内。

以矩形孔为输入图像, 设其大小 $m(\text{mm}) \times n(\text{mm})$, 取矩形孔中心点为坐标原点 (如图 2), 则 $f(x, y)$ 为

$$f(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{m}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{n}\right), \quad (7)$$

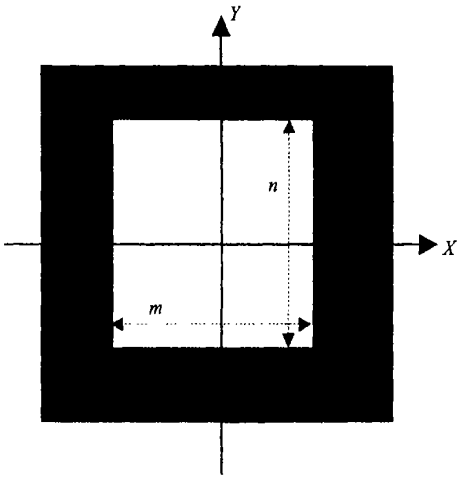


图 2 输入图像矩形孔, 长为 n , 宽为 m
Fig. 2 Input image rectangle

在频谱面上, 输入图像的频谱分布为

$$F(p, q) = C m n \text{sinc}\left(\frac{mp}{\lambda F}\right) \text{sinc}\left(\frac{nq}{\lambda F}\right), \quad (8)$$

其中 C 为待定常数, F 为透镜的焦距, λ 为激光器的工作波长。频谱分布函数是振幅不断衰减的周期振荡函数, 当取矩形孔边长相等 ($m = n$), 振荡周期可近似为 $2 F \lambda n$ 。取 10 个振荡周期为有效频谱分布范围, 计算出 $n = 2\text{ mm}$ 时, 有效频谱

分布范围为 1.9 mm , $n = 4\text{ mm}$ 时, 有效频谱分布范围为 3.8 mm 。

根据子波母函数允许条件, 取式 (1) 中 $2\pi f_0 = 5$ 。根据光学本身的特性平移因子可取为 $(0, 0)$, 则用计算全息制作子波滤波器时要抽样的物波函数的表达式为:

$$h_a(x, y) = \exp(5i \sqrt{\left(\frac{x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_y}\right)^2}) \exp\left(-\frac{\left(\frac{x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_y}\right)^2}{2}\right), \quad (9)$$

其频谱函数为

$$H(a_x p, a_y q) = 2\pi \exp(-2\pi^2(\sqrt{(a_x p)^2 + (a_y q)^2} - f_0)^2), \quad (10)$$

对图 1 所示的光学系统进行了计算机模拟, 研究了给定输入图像尺寸 ($m = n = 2\text{ mm}$) 时, 伸缩因子对子波变换的影响。计算过程如下:

(1) 首先输入图像数据 $f(x, y)$ 。由于还需观察输入图像与子波匹配滤波器的匹配关系, 故同时从键盘读入图像比例因子 (t_x, t_y) ; 选取输入图像的原始尺寸为 $2.0\text{ mm} \times 2.0\text{ mm}$, 计算机模拟时改变图像比例因子 (t_x, t_y) , 从而改变输入图像的大小 ($2.0 t_x\text{ mm} \times 2.0 t_y\text{ mm}$)。取 $t_x = t_y = 1.2$ 。

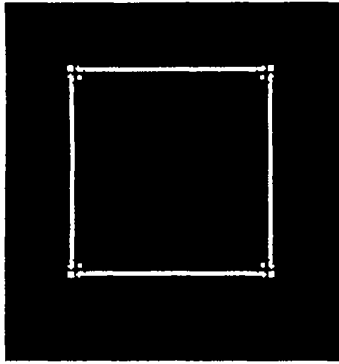
(2) 对输入的图像数据 $f(x, y)$ 经傅里叶变换得到其频谱函数 $F(p, q)$ 。

(3) 输入子波母函数 $h_a(x, y)$ 及伸缩因子 (a_x, a_y) , 经抽样后, 计算出子波函数的傅里叶频谱 $H(a_x p, a_y q)$ 。

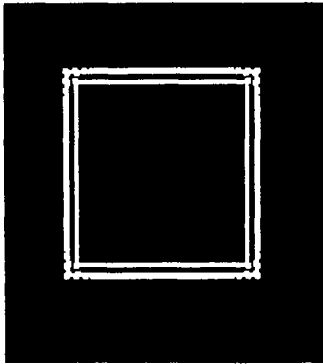
(4) 把计算得到的图像的傅里叶谱与子波函数的傅里叶谱作对应点相乘 $O(p, q) = F(p, q) H(a_x p, a_y q)$, 对滤波的结果 $O(p, q)$ 作逆傅里叶变换得 $O(x, y)$, 并输出处理结果。

结果如图 3 所示。图 3(a) 中伸缩因子 $a_x = a_y = 0.8$, 图 3(b) 中伸缩因子 $a_x = a_y = 1.2$, 图 3(c) 中伸缩因子 $a_x = a_y = 1.6$ 。随着伸缩因子的增大, 子波变换的输出结果中所提取的图像边缘变模糊, 这是因为 Morlet 子波匹配滤波器类似带通滤波器, 当输入图像尺寸不变时, 子波匹配滤波器伸缩因子增大, 其中心频率 f 变小, 带通滤波器的带宽 Δf 随之变小, 则空域的 Δt 变大, 其分辨率变小, 输出结果中所提取的图像边缘变粗、变

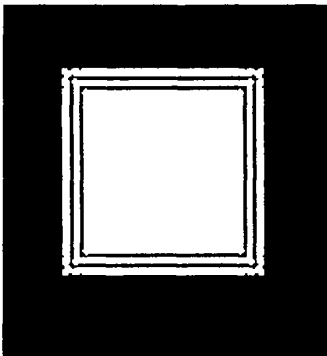
模糊。从计算机模拟结果, 得出合适的伸缩因子值为 $a_x = a_y = 0.8$ 。



(a) $t_x = t_y = 1.2, a_x = a_y = 0.8$



(b) $t_x = t_y = 1.2, a_x = a_y = 1.2$



(c) $t_x = t_y = 1.2, a_x = a_y = 1.6$

图 3 伸缩因子对 Morlet 子波变换的影响

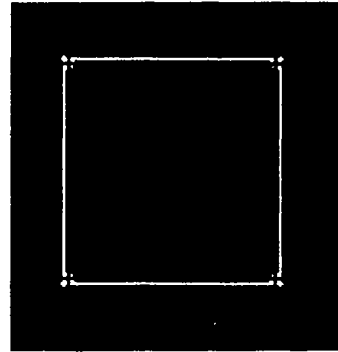
Fig. 3 Effect of elastic factor on Morlet wavelet transform

4 输入图像尺寸对子波变换的影响

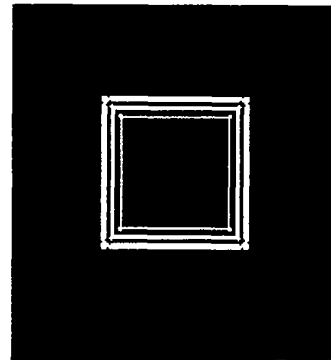
4.1 计算机模拟

以矩形孔为输入图像 ($2.0 \text{ mm} \times 2.0 \text{ mm}$),

取伸缩因子 $a_x = a_y = 0.8$, 图像比例因子 $t_x = t_y = 1.0$, 由计算机模拟得出输出图像示于图 4(a); 改变图像比例因子 $t_x = t_y = 2.0$, 由计算机模拟得出输出图像示于图 4(b)。由图 4(a) 看出输入图像尺寸与子波滤波器的大小匹配, 即物频谱分布范围与 Morlet 子波的空间频谱范围基本一致, 输出结果中所提取的图像边缘清晰; 由图 4(b) 看出输入图像尺寸与子波滤波器的大小不匹配, 即物频谱分布范围与 Morlet 子波的空间频谱范围相差太大, 输出结果中所提取的图像边缘模糊。



(a) $a_x = a_y = 0.8, t_x = t_y = 1.0$



(b) $a_x = a_y = 0.8, t_x = t_y = 2.0$

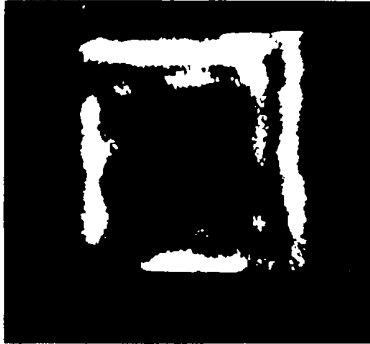
图 4 输入图像尺寸对 Morlet 子波变换的影响

Fig. 4 Effect on the size of input image on Morlet wavelet transform

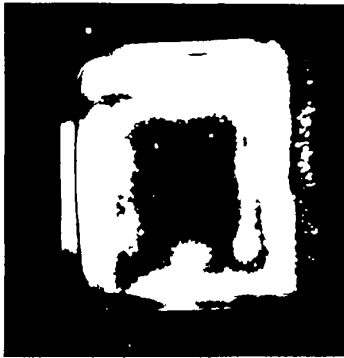
4.2 实验结果和讨论

实验采用如图 1 所示的光学装置。这是典型的 $4f$ 系统, 其中光源 S 为 HeNe 激光器, 其工作波长为 632.8 nm , 输出功率为 1.5 mW , L_0, L_1 组成扩束准直系统, L_2, L_3 均为傅里叶变换透镜。透镜的焦距均为 302 mm , P_1, P_2 和 P_3 分别为输入面、频谱面和输出面。激光器发出的激光经扩

束准直后射到输入面 P_1 上,在 P_1 面上放置输入物体,它的大小分别为 $4\text{ mm} \times 4\text{ mm}$ 和 $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 。该物体经第一个傅里叶变换透镜 L_2 变换后,在频谱面 P_2 上得到它的频谱,同时在 P_2 面上放置由计算全息制得的 Morlet 子波匹配滤波器,在输出面 P_3 上的一级衍射光中得到输入



(a) $m = n = 2\text{ mm}$



(a) $m = n = 4\text{ mm}$

图5 输入图像矩形孔的 Morlet 子波变换实验结果

Fig.5 Experimental results of Morlet wavelet transform of input image rectangle

物体 L 的子波变换,该子波变换信号经 CCD 接收,最后显示在监视器上。

图 5(a) 为大小为 $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 的矩形孔经 Morlet 子波变换后的实验结果,变换后的图像边缘较清晰,轮廓线条较细;图 5(b) 为大小为 $4\text{ mm} \times 4\text{ mm}$ 的矩形孔经 Morlet 子波变换后的实验结果,变换后的图像边缘模糊,轮廓线条粗。上述结果与图 4 的计算机模拟结果相一致。实验中所用 Morlet 子波匹配滤波器的大小为 $1.8\text{ mm} \times 1.8\text{ mm}$ 。由前面计算可知当输入图像的大小为 $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$,其有效空间频谱分布范围为 $1.9\text{ mm} \times 1.9\text{ mm}$,输入图像的频谱范围与子波匹配滤波器的趋于一致,因此能实现 Morlet 子波变换对图像边角的提取。由于实验条件的影响(如光源不是单模激光,光斑经扩束后分布不均匀),图 5(a) 的结果可进一步改善。

上述结果表明,采用计算全息制作子波匹配滤波器和光学 $4f$ 系统实现二维 Morlet 子波变换的方法是简便可行的。在实验中必须注意在给定子波匹配滤波器的大小的情况下,输入图像尺寸和伸缩因子的选取原则是,保证输入图像的频谱范围与子波滤波器的频谱范围基本一致,才能使二维 Morlet 子波变换提取输入图像清晰的边缘轮廓特征。若实际的输入图像大,可先缩小,或者改善实验条件使激光光斑均匀面积增大,减小子波匹配滤波器缩微时的比例,增加子波匹配滤波器频谱范围,保证输入图像的频谱范围与子波滤波器的频谱范围匹配;若输入图像较复杂,与简单图像相比改变的是空间频谱的结构分布,其有效频谱范围与尺寸直接相关,因而以上结论适用于任意图像。

参考文献:

- [1] RIOUL O, VETTERLI M. Wavelets and signal processing[J]. *IEEE Signal Proc Mag*, 1991, 8(4): 14-38.
- [2] 吴晓波. 图像边缘特征分析[J]. *光学精密工程*, 1999, 7(1): 59-63.
WU X B. Analysing of the characteristic of image edge[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(1): 59-63. (in Chinese)
- [3] MENDLOVIC D. Two dimensional wavelet transform achieved by computer generated multireference matched filter and dammann grating[J]. *Appl Opt*, 1995, 34(12): 8213-8219.
- [4] DAUGMAN J. Complete discrete 2-D Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression[J]. *IEEE Trans Acoust Speech Signal Process*, 1988, 36(11): 1169-1179.

- [5] SZU H, CAULFIELD H J. Special section on wavelet transforms [J]. *Opt Eng*, 1992, 31(9) : 1823-1916.
- [6] 李正东. 利用子波变换进行目标识别的方法研究[J]. 光学 精密工程, 2001, 3: 216-219.
LI ZH D. Method of target recognition by wavelet transform[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, 3: 216-219. (in Chinese)
- [7] SZU H, CAULFIELD H J. Wavelet transform[J]. *Opt Eng*, 1991, 31(9) : 1823-1824
- [8] XU J Y. Use of wavelet transform in image edge extraction[J]. *SPIE*, 1998, 3391: 596-601.
- [9] 康辉. 应用光折射全息匹配滤波器实现光学子波变换[J]. 中国激光, 1996, 23(8) : 741-744.
KANG H. Optical wavelet transform with photorefractive holographic matched filtering[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1996, 23(8) : 741-744. (in Chinese)
- [10] 倪明. 光学子波变换的改进[J]. 中国激光, 1997, A24(3) : 231-236.
NI M. Improvement of an optical wavelet transform[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1997, A24(3) : 231-236. (in Chinese)
- [11] 陈鹤鸣, 贾小兵, 施伟华. 应用计算全息制作的子波匹配滤波器实现光学子波变换的研究[J]. 光学学报, 1998, 18(8) : 1087-1090.
CHEN H M, JIA X B, SHI W H. Optical wavelet transform using computer generated wavelet matched filter[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, 18(8) : 1087-1090. (in Chinese)
- [12] 陈鹤鸣, 施伟华, 贾小兵. 用计算全息制作改进的 Mexican hat 子波匹配滤波器实现二维光学子波变换[J]. 中国激光, 1999, 26(5) : 420-424.
CHEN H M, SHI W H, JIA X B. Optical improved Mexican hat wavelet transform using computer generated wavelet matched filter[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1999, 26(5) : 420-424. (in Chinese)
- [13] YUN L S. Optical wavelet transform[J]. *Optical Engineering*, 1992(9) : 1840-1845.
- [14] OUZIELI I, MENDLOVIC D. Two dimensional wavelet processor[J]. *Appl Opt*, 1996, 35(29) : 5839-5846.

作者简介: 施伟华(1969-), 女, 江苏南通人, 1994 年毕业于南京大学, 获理学硕士, 现在南京邮电学院光信息与技术系, 主要研究方向为光电子。E-mail: shiwh@njupt.edu.cn Tel: 025-3492797